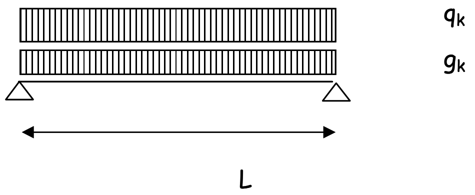
Verifica di sezioni rettangolari con più livelli di armatura

Si consideri la trave semplicemente appoggiata rappresentata nel seguito.



I valori numerici delle grandezze considerate sono i seguenti:

g_k=	15.0	kN/m	L=	5.00	m
q_k=	20.0	kN/m			

I materiali che si ntende utilizzare hanno le seguenti caratteristiche meccaniche:

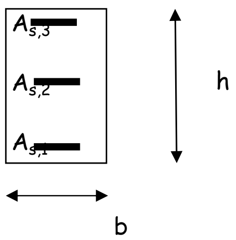
FeB44k

f_{sk}=	435.0	MPa	f_{sd}=	378.3	MPa

Calcestruzzo C20/25

R_{ck}=	25.0	MPa	f'_{cd}=	11.0	MPa

Dati sezione



h=	600	mm
b=	400	mm
d'=	30	mm
$A_{s,1}$=	1206	mm^2
$A_{s,2}$=	402	mm^2
$A_{s,3}$=	804	mm^2

Calcolo delle sollecitazioni di progetto

q_d=	51.0	kN/m
M_{Sd}=	159.4	kNm
V_{Sd}=	127.5	kN

Determinazione della posizione dell'asse neutro

Si attua un metodo numerico per la valutazione della posizione dell'asse neutro trovando il valore di y_c che annulla la funzione di equilibrio F(y).

1^a Iterazione

$y_{c,1}$= 147.63 mm

N_c= 520765 N

$\varepsilon_{s,1}$=	-0.01	$\sigma_{s,1}$=	-378.3	MPa	$N_{s,1}$=	-456183	N
$\varepsilon_{s,2}$=	-0.00361	$\sigma_{s,2}$=	-378.3	MPa	$N_{s,2}$=	-152061	N
$\varepsilon_{s,3}$=	0.00278	$\sigma_{s,3}$=	378.3	MPa	$N_{s,3}$=	304122	N
					ΔN_1=	216643	N

Correzione del valore utilizzato nella prima iterazione

$\Delta y_{c,1}=$ -61.42 mm

2ª Iterazione

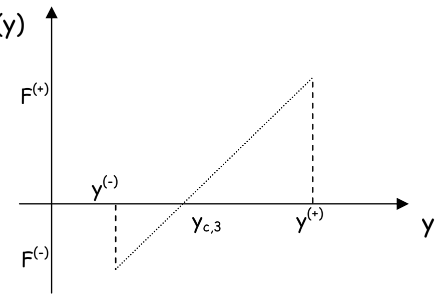
$y_{c,2}=$ 86.21 mm

$N_c=$ 304122 N

$\varepsilon_{s,1}=$	-0.01	$\sigma_{s,1}=$	-378.3	MPa	$N_{s,1}=$	-456183	N
$\varepsilon_{s,2}=$	-0.00442	$\sigma_{s,2}=$	-378.3	MPa	$N_{s,2}=$	-152061	N
$\varepsilon_{s,3}=$	0.00116	$\sigma_{s,3}=$	244.0	MPa	$N_{s,3}=$	196187	N
					$\Delta N=$	-107934	N

3ª Iterazione

Avendo ottenuto due valori di segno diverso per ΔN, si procede per interpolazione applicando il cosiddetto "Metodo della tangente":



Posto

$y^{(-)}=$ 86.21 $F^{(-)}=$ -107934.4

$y^{(+)}=$ 147.63 $F^{(+)}=$ 216643.1

$$y_{c,3} = y^{(-)} - \frac{F^{(-)}}{F^{(+)} - F^{(-)}} \cdot \left(y^{(+)} - y^{(-)}\right) = \quad 106.64 \text{ mm}$$

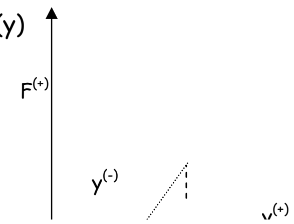
$y_{c,2}=$ 106.64 mm

$N_c=$ 376164 N

$\varepsilon_{s,1}=$	-0.01	$\sigma_{s,1}=$	-378.3	MPa	$N_{s,1}=$	-456183	N
$\varepsilon_{s,2}=$	-0.00417	$\sigma_{s,2}=$	-378.3	MPa	$N_{s,2}=$	-152061	N
$\varepsilon_{s,3}=$	0.00165	$\sigma_{s,3}=$	347.3	MPa	$N_{s,3}=$	279252	N
					$\Delta N=$	47172.1	N

4ª Iterazione

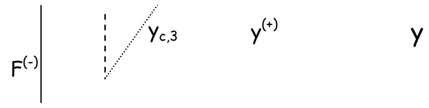
Si continua nel procedimento iterativo restringendo l'intervallo agli estremi del quale la funzione ha segno diverso



Posto

$y^{(-)}=$ 86.21 $F^{(-)}=$ -107934.4

$y^{(+)}=$ 106.64 $F^{(+)}=$ 47172.1



$y_{c,4}=$ 100.43 mm

Si ottiene pertanto:

$y_{c,4}=$ 100.43 mm

$N_c=$ 354254 N

$\varepsilon_{s,1}=$	-0.01	$\sigma_{s,1}=$	-378.3 MPa	$N_{s,1}=$	-456183 N
$\varepsilon_{s,2}=$	-0.00425	$\sigma_{s,2}=$	-378.3 MPa	$N_{s,2}=$	-152061 N
$\varepsilon_{s,3}=$	0.0015	$\sigma_{s,3}=$	315.0 MPa	$N_{s,3}=$	253225 N
				$\Delta N=$	-764.566 N

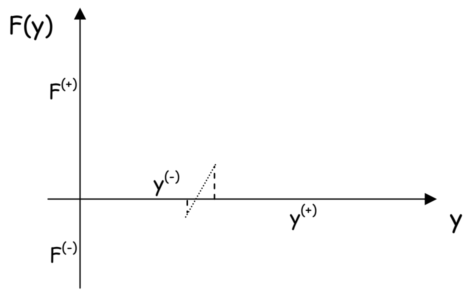
5^a Iterazione

Con una ulteriore iterazione si può raffinare la soluzione:

Posto

$y^{(-)}=$ 100.43 $F^{(-)}=$ -764.6

$y^{(+)}=$ 106.64 $F^{(+)}=$ 47172.1



$y_{c,5}=$ 100.53 mm

$y_{c,5}=$ 100.53 mm

$N_c=$ 354603 N

$\varepsilon_{s,1}=$	-0.01	$\sigma_{s,1}=$	-378.3 MPa	$N_{s,1}=$	-456183 N
$\varepsilon_{s,2}=$	-0.00425	$\sigma_{s,2}=$	-378.3 MPa	$N_{s,2}=$	-152061 N
$\varepsilon_{s,3}=$	0.0015	$\sigma_{s,3}=$	315.5 MPa	$N_{s,3}=$	253635 N
				$\Delta N=$	-5.40 N

Poiché risulta:

$$\frac{y^{(+)} - y^{(-)}}{h} = 0.010 \qquad e \qquad \Delta N \approx 0$$

Si può ritenere raggiunte la convergenza ed assumere:

$y_c=$ 100.53 mm

Calcolo del momento ultimo

Il momento ultimo della sezione può essere determinare come somma dei momenti prodotti dalle tensioni interne; poiché si analizza un caso di flessione, tale momento può essere valutato rispetto ad un punto qualsiasi della sezione. Il calcolo si effettua rispetto al baricentro geometrico della sezione

y_c= 100.53 mm

N_c=	354603	N							M_c=	92122341.98	Nm
$\varepsilon_{s,1}$=	-0.01		$\sigma_{s,1}$=	-378.3	MPa	$N_{s,1}$=	-456183	N	$M_{s,1}$=	123169304	Nm
$\varepsilon_{s,2}$=	-0.00425		$\sigma_{s,2}$=	-378.3	MPa	$N_{s,2}$=	-152061	N	$M_{s,2}$=	0	Nm
$\varepsilon_{s,3}$=	0.0015		$\sigma_{s,3}$=	315.5	MPa	$N_{s,3}$=	253635	N	$M_{s,3}$=	68481382.2	Nm
									M_{Rd}=	283773028.6	Nm

In definitiva, allora, si ottiene:

$$M_{Rd} = 283.8 \text{ kNm}$$

e la trave risulta verificata allo stato limite ultimo per tensioni normali poiché risulta:

$$M_{Sd} < M_{Rd}$$