Esercitazione n.3

La trave continua rappresentata nella seguente Fig.1 consta di due campate uguali di luce L= 8 m. La Fig.2 mostra le caratteristiche dimensionali della sezione trasversale in cui la soletta è realizzata con calcestruzzo C30/37 e la trave metallica con un profilo IPE 400, acciaio S 275, le barre di armatura nella soletta sono in acciaio B450C, il copriferro è 4 cm.

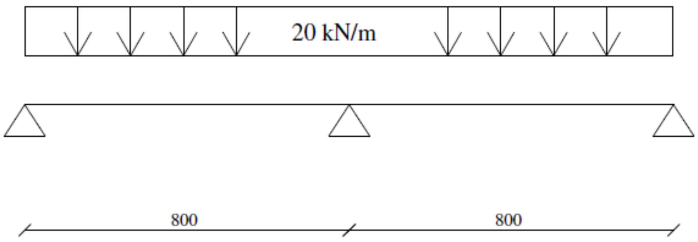


Fig. 1 – Schema statico della trave

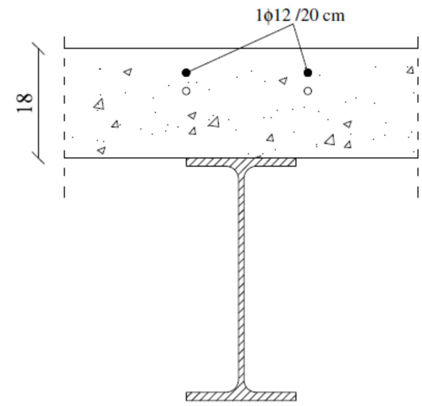


Fig. 2 – Sezione trasversale della trave (IPE 400)

Si effettui la verifica a flessione e taglio della trave composta nelle sezioni maggiormente sollecitate. Si progetti, inoltre, la connessione a completo ripristino di resistenza utilizzando pioli nelson ϕ16; l'acciaio che costituisce i pioli è caratterizzato da una resistenza ultima f_u = 500 MPa.

1. Materiali

L'elemento è costituito da:

- Soletta in calcestruzzo armato C30/37 con le seguenti caratteristiche:
  R_{ck} = 37 N/mm^2;
  f_{ck} = 30 kN/mm^2;
  $f_{cm} = f_{ck} + 8$;
  f_{cd} = 0,83 f_{ck}/1,5 = 16,60 N/mm^2;
  E_{cm} = 32836 N/mm^2.
- Trave in acciaio S275 con le seguenti caratteristiche:
  f_{ak} = 275 = N/mm^2;
  $f_{ad} = f_{ak}$/1,05 = 261,9N/mm^2
  Ea =210000 N/mm^2.
- Armatura in acciaio C450C con le seguenti caratteristiche:
  f_{sk} =450 N/mm^2;
  $f_{sd} = f_{sk}$/1,05 = 391,3 N/mm^2;

2. Caratteristiche geometriche

Si riportano le caratteristiche geometriche dei tre elementi che costituiscono la trave:

<u>Soletta</u>:

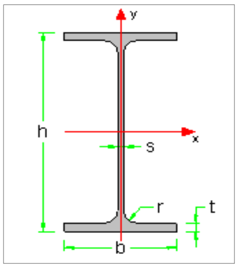
- b = 1000 mm (si prende un metro di larghezza della soletta come riferimento);
- s = 180 mm (spessore della soletta).

Da cui:

- Ac = 5,91 10^9 mm^2 (area della soletta);
- Ic = 1,60 10^{13} mm^4 (momento d'inerzia).

<u>Trave in acciaio:</u>

(UNI 5398-64)		Dimensioni					
Profilo	Massa (Kg/m)	h (mm)	b (mm)	t (mm)	s (mm)	r (mm)	Area (cm^2)
IPE 400	52,05	400	180	13,5	8,6	21	66,30



Armatura:

L'armatura è costituita da 1ϕ12/20 cm, per cui in un metro l'area dell'armatura vale:

$A_s = 565{,}49\ mm^2$;

d' = 40 mm (copri ferro).

3. Classificazione delle sezioni

Allo scopo di classificare le sezioni va definita una base efficace per la trave, che dipende dallo stato di sollecitazioni, dallo schema statico e dal numero di connettori.

In uno schema di trave continua (Fig.1), per il momento positivo si può definire:

$b_{eff} = b_0 + b_{e1} + b_{e2}$

dove:

$$b_{ei} = \left\{ \min \frac{L_e}{8} ; b_i \right\}$$

essendo b_{ei} delle larghezze convenzionali definite dalle norme (Fig.3) e Le una "lunghezza efficace" definita ancora da normativa (EC 1994-1-1) a seconda della posizione della sezione di riferimento sulla trave continua:

- Campata di riva: $L_e = 0{,}85L$;
- Campata centrale: $L_e = 0{,}70L$;
- Appoggio centrale: $L_e = 0{,}25(L_1 + L_2)$;
- Appoggio laterale: $L_e = 2L_{sb}$.

Per il momento negativo (in appoggio) vale invece:

$$b_{eff} = b_0 + \beta_1 b_{e1} + \beta_2 b_{e2}$$

dove:

$\beta_i = 0{,}55 + 0{,}025 L_e / b_{ei} \leq 1$.

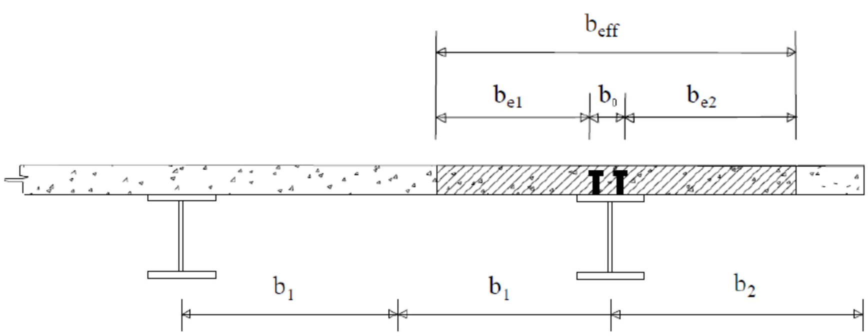


Fig. 3 – Definizione della base efficace

Dalle considerazioni precedenti risulta:

Sezioni	Le (m)	be,i (m)	βi	b_{eff} (mm)
appoggio 1	2	0,25	1	590
campata 1-2	6,8	0,85	1	1790
appoggio 2	4	0,5	0,75	840
campata 2-3	6,8	0,85	1	1790
appoggio 3	2	0,25	1	590

Per la classificazione delle sezioni si usano le tabelle fornite da normativa (Tabella 4.2.I delle NTC) dove la classe dipende dalla geometria della sezione, dallo stato di tensioni e dal tipo di acciaio. La classificazione può essere diversa per l'ala o per l'anima, essendo possibile per entrambe un fenomeno di instabilità locale. Essendo lo schema quello di una trave continua, le parti in campata sono sollecitate da momento positivo mentre le parti in prossimità dell'appoggio intermedio sono sollecitate da momento negativo. Nel primo caso la sezione è completamente tesa, ricadendo l'asse neutro all'interno della soletta, quindi è sicuramente in classe 1.

Nel secondo caso va determinata la posizione dell'asse neutro per comprendere lo stato di sollecitazione.

Dall'equilibrio alla traslazione si trova che x = 338,74 mm, cioè che l'asse neutro taglia l'anima della trave IPE. Quindi la sezione risulta inflessa.

Si classifica quindi la sezione:

Sezioni a doppio T									
Instabilità locale dell'anima					**Instabilità locale dell'ala**				
c =	331	mm			c =	69	mm		
t_w =	8,6	mm			t_f =	13,5	mm		
c/t =	38,49	<72ε =	66,56	**-->classe 1**	c/t =	5,11	< 9ε =	8,32	**-->classe 1**

4. Analisi dei carichi

I carichi agenti sulla trave sono:

- $g_k = g_a + g_c$ = 5,02 kN/m (perso proprio),

essendo g_a il peso della trave metallica e g_c il peso della soletta in calcestruzzo per una base di riferimento di un metro ($g_c = \gamma_{cls} \cdot b \cdot s$ = 4,50 kN/m);

- g'_k = 10 kN/m (carichi permanenti non strutturali);
- q_k = 20 kN/m (carichi variabili).

5. Verifiche allo SLU

La combinazione di riferimento è quella con i carichi amplificati con gli opportuni coefficienti:

$$q_d = 1{,}3(g_k + g'_k) + 1{,}5q_k = 49{,}53 \text{ kN/m}$$

Per la verifica a flessione si scelgono le sezioni più sollecitate, che sono quella in appoggio (momento negativo) e quella in campata in corrispondenza del punto di annullamento del taglio (momento positivo). Essendo la trave simmetrica, si può studiare solo metà schema sostituendo la cerniera centrale con un incastro, essendo impediti gli spostamenti orizzontali proprio in virtù della simmetria (Fig.4).

Fig. 4 – Schema di riferimento per i calcoli

Per l'analisi delle sollecitazioni si può procedere in due modi:

- Analisi Un-craked;
- Analisi Craked.

Nel primo caso si considera la sezione non fessurata e in ogni punto della trave quindi la sezione è quella reale. Nel secondo caso si vuole tener conto del fenomeno di fessurazione anche nella fase di analisi delle sollecitazioni; per tale motivo si trascura completamente il contributo della soletta per una lunghezza, a partire dall'appoggio, di 0,15 volte la luce.

Nell'analisi **un-cracked** quindi la trave avrà un unico valore del momento d'inerzia per tutto il suo sviluppo e, detto $n=E_s/E_c$, vale:

- Baricentro sezione reagente:

$$x_{G1} = \frac{b_c h_c^2/2n + A_s d' + A_a x_{Ga}}{b_c h_c/n + A_s + A_a}$$

- Momento d'inerzia rispetto al baricentro della sezione totale:

$$I_1 = \frac{1}{n}\left[\frac{bh_c^3}{12} + bh_c\left(x_{G1} - hc/2^2\right)\right] + I_a + A_a(x_{G1} - x_{Ga})^2 + A_s(x_{G1} - d')^2$$

Quindi si risolve la trave con il metodo delle forze, sostituendo l'incastro con una cerniera. Si ottiene l'incognita iperstatica:

X_{UC} = 396 kNm

La normativa consente di considerare una ridistribuzione dei momenti legata alla capacità dell' acciaio di sconfinare in campo plastico e al fenomeno di fessurazione del calcestruzzo. Per sezioni di classe 1, nell'ambito dell'analisi uncracked, si può utilizzare un coefficiente di ripartizione:

$\delta = 40\%$

Per cui il momento calcolato in A diventa:

$M_{UC,red} = (1-\delta)X_{UC} = 237$ kNm.

Nell'analisi **cracked** va considerato anche il valore del momento d'inerzia della sezione costituita da solo acciaio (trave e armatura) calcolato come segue:

$$x_{G2} = \frac{A_s d' + A_a x_{Ga}}{A_s + A_a};$$

$$I_2 = I_a + A_a (x_{G2} - x_{Ga})^2 + A_s (x_{G2} - d')^2$$

Si risolve anche in questo caso la trave con il metodo delle forze, trovando le rotazioni dovute al momento e al carico mediante il metodo della forza unitaria.

Si ottiene l'incognita iperstatica:

$X_{UC} = 288$ kNm

Per sezioni di classe 1, nell'ambito dell'analisi cracked, si può utilizzare un coefficiente di ripartizione:

$\delta = 25\%$

Per cui il momento calcolato in A diventa:

$M_{CR,red} = (1-\delta)X_{CR} = 215$ kNm.

Dall'analisi e dalla ridistribuzione quindi si sono ottenuti i seguenti momenti massimi:

$M_{UC,red}^{(-)}=$	237,6	kNm
$M_{CR,red}^{(-)}=$	215	kNm
$M_{UC,red}^{(+)}=$	284,86	kNm
$M_{CR,red}^{(+)}=$	295,63	kNm

- <u>Verifica a momento positivo</u>

Si suppone che l'asse neutro ricada nella soletta. Allora, supposta la sezione in condizioni ultime, dall'equilibrio alla traslazione si può scrivere:

$x = \dfrac{A_a f_{ad}}{b f_{cd}}$ = 104,6 mm

Si calcola quindi il momento resistente:

$M_{Rd} = N_{a,pl,Rd}(ht + x_{Ga,sup} - x/2)$ = 560,02 kNm

Essendo $M_{Rd}^{(+)} > M_{Ed}^{(+)}$ la verifica risulta soddisfatta.

- <u>Verifica a momento negativo</u>

Si suppone che l'asse neutro ricada nell'anima. Allora, supposta la sezione in condizioni ultime, l'equazione di equilibrio alla traslazione si può scrivere come:

$$A_s f_{sd} - N_{a,pl,Rd} + 2f_{ad}\left[b_f t_f + t_w(h_a - t_f - x^-)\right] = 0$$

Da cui:

x^- = 332,71 mm

Si calcola quindi il momento resistente:

$$M_{Rd} = A_s f_{sd}\left(\frac{h_a}{2} + h_c - d'\right) + 2f_{ad}\left[b_f t_f\left(\frac{h_a}{2} - \frac{t_f}{2}\right) + t_w(h_a - t_f - x^-)\cdot\left(\frac{x}{2} - \frac{t_f}{2}\right)\right] = 560{,}02 \text{ kNm}$$

Essendo $M_{Rd}^{(-)} > M_{Ed}^{(-)}$ la verifica risulta soddisfatta.

- <u>Verifica a taglio</u>

Affinché la verifica risulti soddisfatta dev'essere:

$$V_{c,Rd} \geq V_{Ed}$$

La resistenza a taglio è data essenzialmente dalla trave metallica per cui si può scrivere:

$$V_{c,Rd} = \frac{A_v f_y}{\sqrt{3}\gamma_{M0}}$$

Essendo Av l'area resistente a taglio che, in base alle prescrizioni del DM 14/01/2008 può essere calcolata, per un profilo metallico a doppio T, come:

$$A_v = A_a - 2bt_f + (t_w+2r)t_f$$

Nel caso in esame risulta:

- Av = 2453 mm^2
- $V_{c,Rd}$ = 353,27 kN
- $V_{Ed} = \max(V_{Ed,UC}; V_{Ed,CR})$ = 235,06 kN < $V_{c,Rd}$

La verifica risulta soddisfatta ma essendo $V_{Ed} > 0{,}5V_{c,Rd}$ non si può trascurare l'interazione tra taglio e momento. Vanno ripetute le verifiche a flessione. Si può tenere conto dell'interazione introducendo un coefficiente $\rho=(2V_{Ed}/ V_{c,Rd} -1)^2$, che ricuce la resistenza plastica dell'acciaio nel seguente modo:

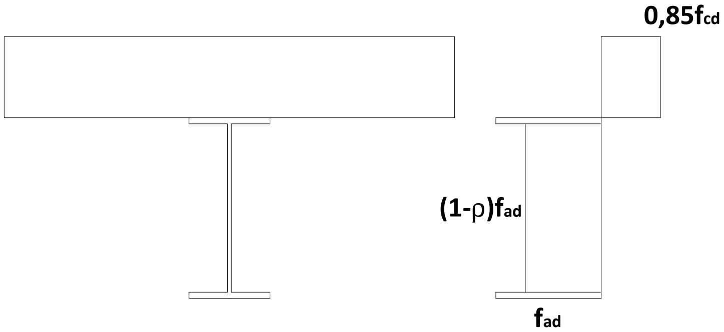


Fig. 5 –Riduzione della resistenza per tenere conto della presenza del taglio

Con la nuova distribuzione delle tensioni in condizioni ultime si ricalcola, dall'equilibrio alla traslazione, la posizione dell'asse neutro, quindi il momento resistente. Si ottiene:

$M_{Rd}^{(-)}$ = 349,61 kNm

$M_{Rd}^{(+)}$ = 549,52 kNm

La verifica risulta quindi ancora soddisfatta.

6. Progetto della connessione a completo ripristino di resistenza

Per avere una situazione di completo ripristino di resistenza bisogna disporre un numero di connettori tale da realizzare una resistenza allo scorrimento (n_fP_{Rd}) pari all'azione di scorrimento che sollecita la connessione.

In una trave continua le sezioni critiche sono quelle in cui, al collasso, si verificano il momento plastico positivo e negativo. Quindi nella distanza che divide tali sezioni (circa L/2) deve essere disposto un numero di connettori tale da garantire:

$$n_fP_{Rd} = N_{cf} + N_{sf}$$

In prossimità degli appoggi di estremità, dove la trave è sollecitata da solo momento positivo dev'essere:

$$n_fP_{Rd} = N_{cf}$$

Dove:

$N_{cf} = \min\{N_{a,pl,Rd}; N_{c,pl,Rd}\}$;

$N_{sf} = A_sf_{sd}$.

La resistenza di progetto unitaria del piolo è pari al minimo tra la resistenza lato calcestruzzo e quella lato acciaio:

$$P_{Rd} = \min\left(P_{RD,c}; P_{Rd,a}\right)$$

Le due resistenze sono date da normativa come:

$$P_{RD,c} = \frac{0{,}29 \cdot \alpha \cdot d^2 \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot E_{cm}}}{\gamma_{M2}} = 56894 \text{ N};$$

$$P_{Rd,a} = \frac{0{,}8 \cdot f_u}{\gamma_{M2}} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 64339 \text{ N};$$

essendo:

- $\alpha = 0{,}2 \cdot \left(\frac{h_{sc}}{2} + 1\right) \Leftrightarrow \text{se}: 3 \le \frac{h_{sc}}{d} \le 4;$
- $\alpha = 1{,}0 \Leftrightarrow \text{se}: \frac{h_{sc}}{d} > 4;$
- $\gamma_{M2} = 1{,}25$;
- h_{sc} = altezza totale del connettore.

Volendo utilizzare connettori del diametro di 16 mm, si calcola il numero di connettori da disporre in modo da avere la totale connessione:

n_{f1} =33,2 → n_{f1} = 40 per una lunghezza di L/2 a partire dal punto A (passo di 10 cm);

n_{f2} =29,5 → n_{f2} = 34 per il restante tratto della trave (passo di 12 cm).

7. Verifiche allo SLE

Nell'ambito di tali verifiche occorre considerare i seguenti stati stati limite:

- fessurazione;
- controllo delle tensioni in esercizio;
- deformabilità.

Le verifiche di <u>fessurazione</u> possono essere omesse quando nella soletta è disposta un'armatura longitudinale che rispetta le seguenti limitazioni:

- $A_s \ge A_{s,min} = k_s k_c k f_{ct,eff} \frac{A_{ct}}{\sigma_s};$
- $\varphi \le \varphi_{max} = \varphi^* \frac{f_{ct,eff}}{f_{ct,0}};$

dove:

k_s = 0,9;

$k_c = \sqrt{\frac{1}{1 + h_c/2z_0}} + 0{,}3 \leq 1$;

k = 0,8;

$f_{ct,eff}$ = 3,0 MPa in via cautelativa;

$\sigma_s = f_{sk}$;

A_{ct} è l' area della parte tesa di calcestruzzo assunta pari ad A_c in via cautelativa;

ϕ^* è un diametro di riferimento desumibile da tabella in funzione della tensione nell'acciaio e dell'ampiezza massima delle fessure prevista (per σ_s = 450 e wk = 0,4 mm vale 6 mm).

Si ricava:

As = 565 mm^2 > $A_{s,min}$ = 288 mm^2 → verifica soddisfatta;

ϕ = 12 mm > ϕ_{max}= 6,2 mm → verifica non soddisfatta.

Si dovrebbe quindi procedere alle verifiche allo SLE di formazione e di ampiezza delle fessure. Per la prima verifica occorre controllare che:

$$M_{Ed} \leq M_{cr};$$

Si calcola:

$M_{cr} = \frac{I_G}{y_G} \cdot \frac{f_{ctm}}{1{,}2}$ = 12,85 kNm.

Il momento massimo sollecitante nella combinazione rara allo SLE vale:

M_{Ed} = 189 kNm.

Quindi la verifica non è soddisfatta. Si procede con la verifica dell'ampiezza delle fessure. Si impone il limite w_{max} = 0,4 mm.

La normativa (EN 1994-1-1, paragrafo 7.2.2) stabilisce che la verifica del <u>controllo delle tensioni in esercizio</u> non è esplicitamente richiesta in tutti quei casi in cui allo SLU non sia richiesta la verifica a fatica e non sia presenti stati di coazione derivanti da cavi o da deformazioni imposte.

La verifica allo stato limite di deformazione consiste in un controllo sulle frecce. In particolare per travi che sorreggono semplici solai, con riferimento alla combinazione di carico rara bisogna controllare che:

$$f \leq L/250.$$

Il calcolo della freccia massima andrebbe condotto considerando la parziale interazione tra la trave e la soletta. Infatti anche se il progetto della connessione è stato condotto per garantire la completa connessione (totale ripristino di resistenza) la presenza di connettori duttili fa sì che si possano avere degli scorrimenti (parziale ripristino di rigidezza) che comportano un aumento della deformazione. Ciò però può essere trascurato se valgono alcune prescrizioni normative:

- Il grado di connessione rispetta delle limitazioni normative;
- il numero n di connettori non è inferiore della metà di n_f o la sollecitazione calcolata sul singolo connettore in condizioni elastiche non ecceda P_{Rd};
- nel caso di soletta su lamiera grecata con nervature ortogonali all'asse della trave, la profondità h_p di tali nervature non superi 80 mm.

Tali indicazioni risultano soddisfatte. Quindi si procede al calcolo della freccia senza considerare la parziale interazione.

Il carico agente sulla trave è:

$$q_d = g_k + g'_k + q_k = 35{,}02 \text{ kN/m}.$$

Per il calcolo della freccia massima si deve condurre un'analisi *un-cracked*, tenendo conto però di una possibile ridistribuzione dei momenti a causa della riduzione di rigidezza dovuta alla fessurazione. In particolare il momento sollecitante in appoggio può essere moltiplicato per un coefficiente f1, definito come:

$$f_1 = \left(\frac{EI_1}{EI_2}\right)^{-0,35} \geq 0{,}6$$

Quindi, detto M_{uc} il momento in A(incastro) valutato nell'ambito dell'analisi *un-cracked*, la legge del momento è:

$$M(z) = -f_1 M_{UC} + \frac{ql}{2} + \frac{f_1 M_{UC}}{L} z - \frac{qz}{2};$$

da cui si calcola la curvatura $\chi(z) = \frac{M(z)}{EI_1}$ quindi, integrando con le condizioni al contorno, la funzione abbassamento v(z), che presenta il seguente andamento:

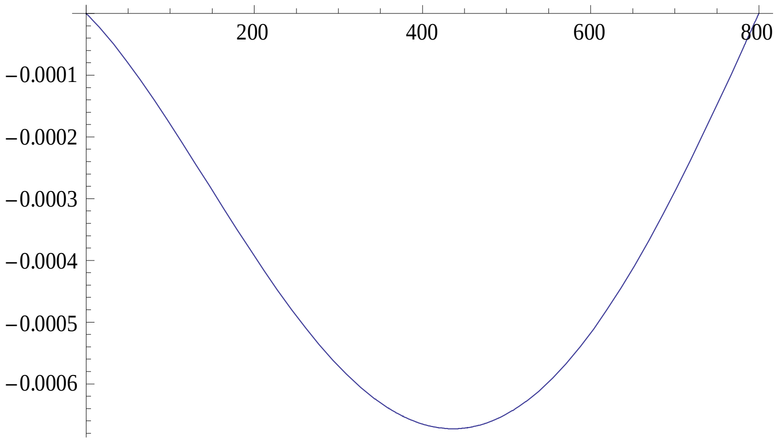


Fig. 6 – Funzione abbassamento della trave

Il valore massimo della freccia è v_{max}=-6,73 mm e si ha per z = 4362,2 mm.

Risulta quindi:

v_{max}/L = 0,00084 < 1/250 → verifica soddisfatta.