

Prima esercitazione progettuale  
Progetto di un solaio laterocementizio

Esempio numerico di calcolo delle  
**Reazioni Vincolari** e tracciamento dei  
diagrammi delle **Caratteristiche della**  
**Sollecitazione** e dei loro **Inviluppi**.

### 1. Tracciamento dei diagrammi del taglio e del momento.

Con riferimento alla **Combinazione 1 (SLU)** si tracciano i diagrammi del taglio e del momento calcolandone i valori significativi. Prima di procedere si riepilogano i valori numerici relativi allo schema strutturale ed ai carichi:

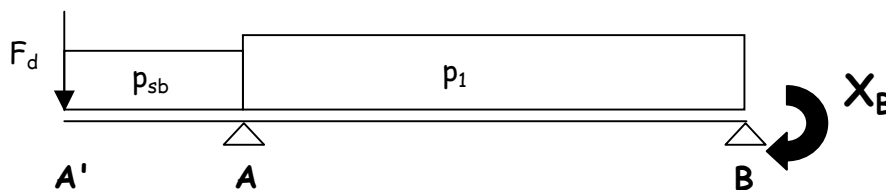
$L_{sb} =$	1.15 m	$p_{sb} =$	4.30 kN/m
$L_1 =$	5.25 m	$F_d =$	1.50 kN
$L_2 =$	6.10 m	$H_d =$	0.00 kN
$L_3 =$	4.40 m	$m =$	4.57 kNm
		$p_1 =$	11.12 kN/m
		$p_2 =$	5.80 kN/m
		$p_3 =$	11.12 kN/m

$$X_B^{(1)} = 25.95 \text{ kNm}$$

$$X_C^{(1)} = 19.41 \text{ kNm}$$

#### Campata AB

Si considera la campata AB e lo sbalzo posto alla destra dell'appoggio A.



Prima di tutto calcoliamo le reazioni vincolari dello schema; per evidenziare il fatto che si tratta di reazioni dovute alla sola campata AB (e non all'intero schema strutturale) si adotteranno i simboli  $R_{AB}$  e  $R_{BA}$ .

$$R_{AB} = F_d + p_{sb} \cdot L_{sb} + p_1 \cdot \frac{L_{AB}}{2} + \frac{m - X_B}{L_{AB}} = 1.50 + 4.30 \cdot 1.15 + 11.12 \cdot \frac{5.25}{2} + \frac{4.30 - 25.95}{5.25} =$$

$$V_{AB} = 31.56 \text{ kN}$$

$$R_{BA} = p_1 \cdot \frac{L_{AB}}{2} - \frac{m - X_B}{L_{AB}} = 11.12 \cdot \frac{5.25}{2} - \frac{4.30 - 25.95}{5.25} = 33.26 \text{ kN}$$

A questo punto è possibile determinare i valori del taglio nelle sezioni significative:

$$T_{A'} = -1.50 \text{ kN}$$

$$T_A^{(d)} = 25.12 \text{ kN}$$

$$T_A^{(s)} = -6.45 \text{ kN}$$

$$T_B^{(s)} = -33.26 \text{ kN}$$

Il momento nella campata è regolato dalla seguente equazione:

$$M_{AB}(z) = -m + \left( p_1 \cdot \frac{L_1}{2} + \frac{m - X_B}{L_1} \right) \cdot z - p_1 \cdot \frac{z^2}{2}$$

ed il suo valore massimo viene attinto nel punto in cui il taglio si annulla:

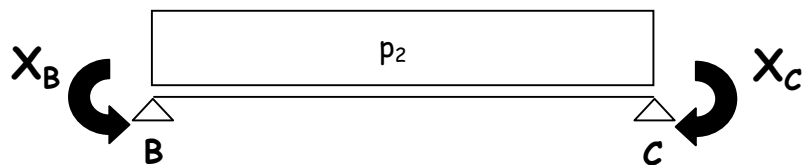
$$T_{AB}(z) = \left( p_1 \cdot \frac{L_1}{2} + \frac{m - X_B}{L_1} \right) - p_1 \cdot z = 0 \Rightarrow z = \frac{L_1}{2} + \frac{m - X_B}{p_1 \cdot L_1} = 2.26 \text{ m}$$

e dunque vale

$$M_{AB, \max}^{(1)} = 23.80 \text{ kNm}$$

### Campata BC

Si considera ora la campata BC.



I valori assunti dal taglio in prossimità degli estremi della trave si ottengono come segue:

$$T_B^{(d)} = p_2 \cdot \frac{L_2}{2} + \frac{X_B - X_C}{L_2} = 18.76 \text{ kN}$$

$$T_C^{(s)} = -p_2 \cdot \frac{L_2}{2} + \frac{X_B - X_C}{L_2} = -16.62 \text{ kN}$$

Il momento nella campata è regolato dalla seguente equazione:

$$M_{BC}(z) = -X_B + \left( p_2 \cdot \frac{L_2}{2} + \frac{X_B - X_C}{L_2} \right) \cdot z - p_2 \cdot \frac{z^2}{2}$$

ed il suo valore massimo viene attinto nel punto in cui il taglio si annulla:

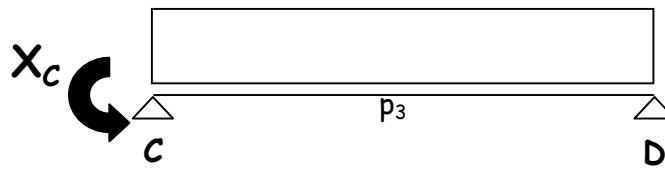
$$T_{BC}(z) = \left( p_2 \cdot \frac{L_2}{2} + \frac{X_B - X_C}{L_2} \right) - p_2 \cdot z = 0 \Rightarrow z = \frac{L_2}{2} + \frac{X_B - X_C}{p_2 \cdot L_2} = 3.23 \text{ m}$$

e dunque vale

$$M_{BC, \max}^{(1)} = 4.40 \text{ kNm}$$

### Campata CD

Si considera ora la campata CD.



I valori assunti dal taglio in prossimità degli estremi della trave si ottengono come segue:

$$T_C^{(d)} = p_3 \cdot \frac{L_3}{2} + \frac{X_c}{L_3} = 28.88 \text{ kN}$$

$$T_D^{(s)} = -p_3 \cdot \frac{L_3}{2} + \frac{X_c}{L_3} = -20.05 \text{ kN}$$

Il momento nella campata è regolato dalla seguente equazione:

$$M_{CD}(z) = -X_c + \left( p_3 \cdot \frac{L_3}{2} + \frac{X_c}{L_3} \right) \cdot z - p_3 \cdot \frac{z^2}{2}$$

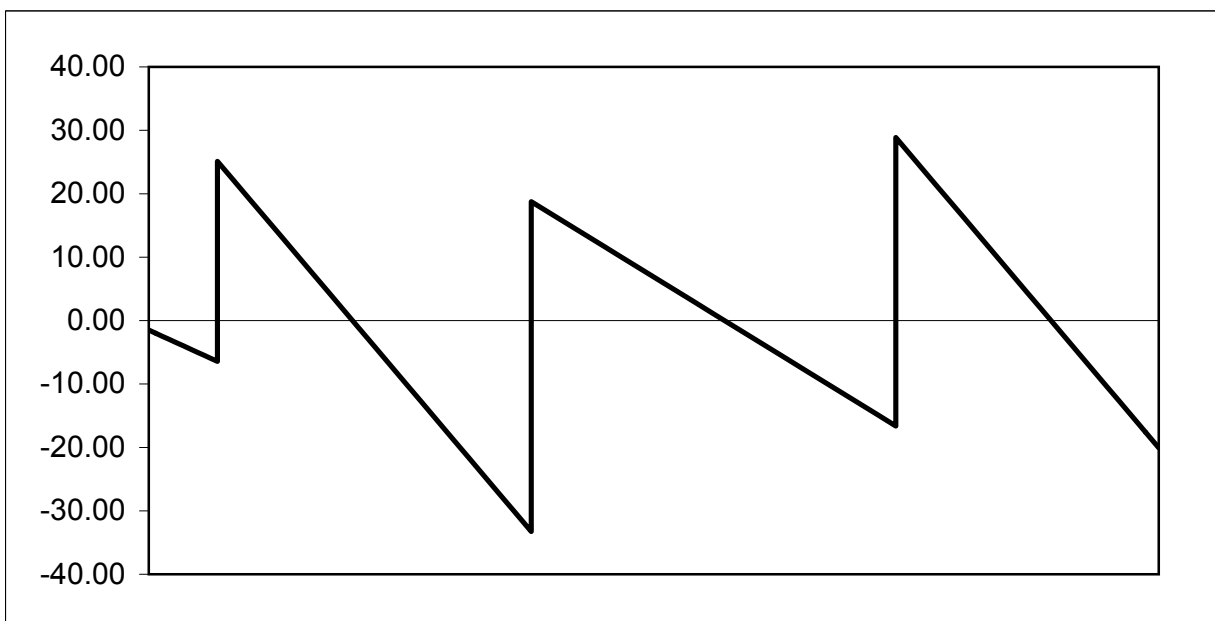
ed il suo valore massimo viene attinto nel punto in cui il taglio si annulla:

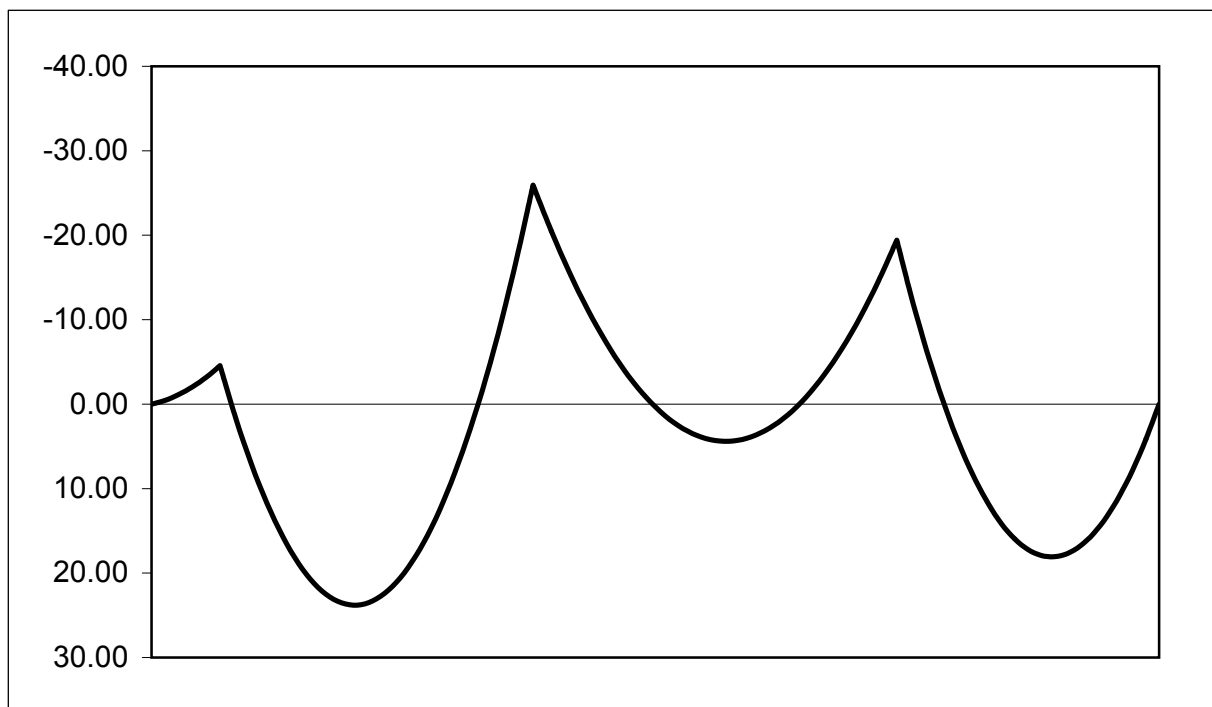
$$T_{CD}(z) = \left( p_3 \cdot \frac{L_3}{2} + \frac{X_c}{L_3} \right) - p_3 \cdot z = 0 \Rightarrow z = \frac{L_3}{2} + \frac{X_c}{p_3 \cdot L_3} = 2.60 \text{ m}$$

e dunque vale

$$M_{CD,max}^{(1)} = 18.08 \text{ kNm}$$

Sulla base dei calcoli effettuati si ottengono i diagrammi del Taglio e del Momento Flettente riportati nel seguito.





## 2. Calcolo delle reazioni vincolari.

Le reazioni vincolari degli appoggi possono essere determinate a partire, ad esempio, dai valori assunti del taglio in corrispondenza degli estremi delle varie campate.

$$R_i = T_i^{(d)} - T_i^{(s)}$$

da cui

$$R_A = 31.56 \quad \text{kN}$$

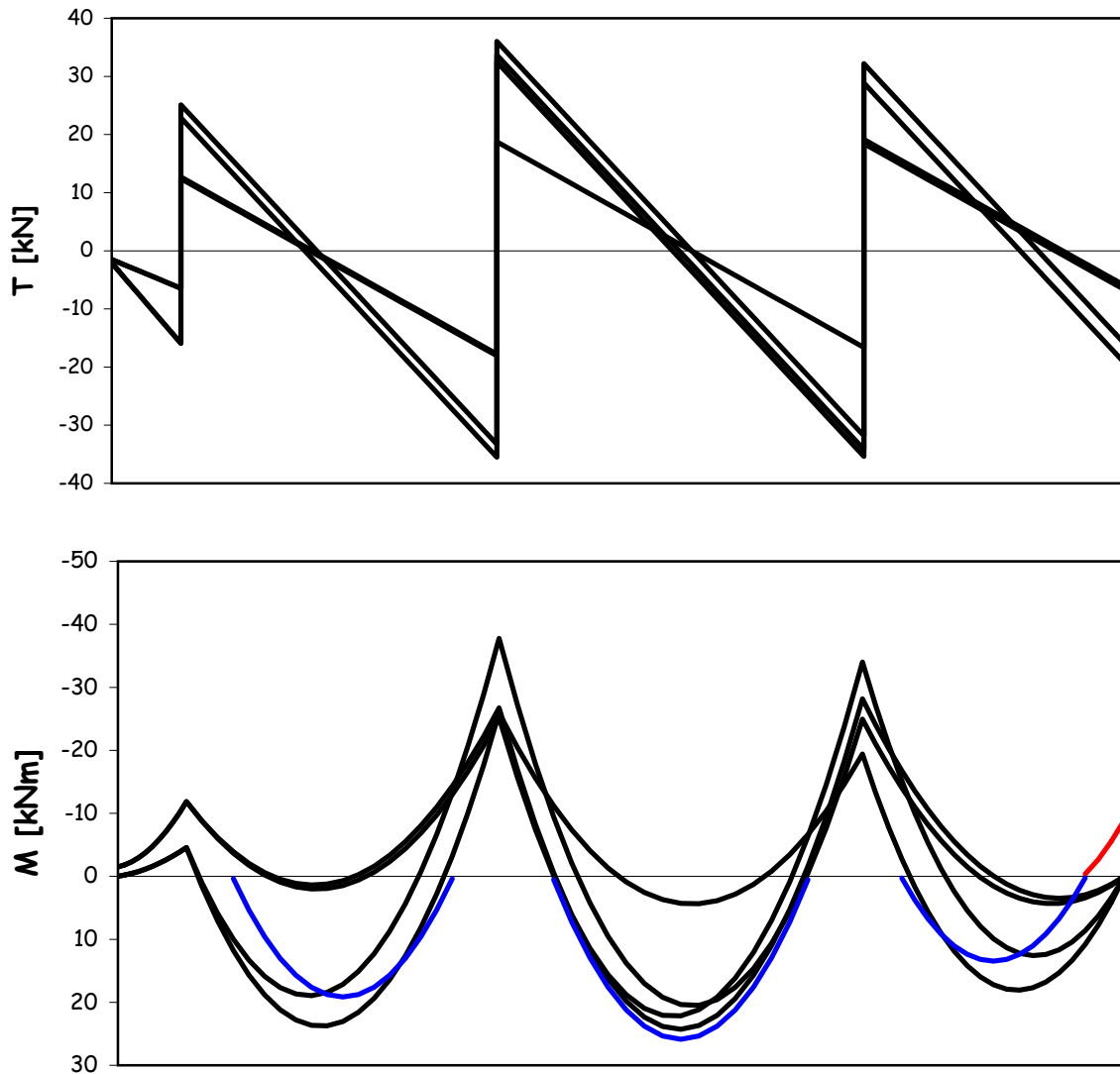
$$R_B = 52.02 \quad \text{kN}$$

$$R_C = 45.49 \quad \text{kN}$$

$$R_D = 20.05 \quad \text{kN}$$

### 3. Involuppo delle sollecitazioni.

I diagrammi di taglio e momento ottenuti per le quattro combinazioni di carico allo Stato Limite Ultimo possono essere sovrapposti ottenendo i seguenti **involuppi** dei diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione.



Per i momenti flettenti, oltre ai quattro diagrammi sovrapposti, sono stati riportati alcuni tratti di parabola per tener conto del fatto che le travi esercitano sulle singole campate delle azioni di semincastro. Il momento negativo sull'appoggio D (tratto in rosso) viene valutato come  $p_3L_3^2/24$ , mentre le parti a momento positivo sono tracciate come rami di parabola con un valore in appoggio pari a  $p_iL_i^2/16$  (e, dunque, lo stesso valore in mezzeria).