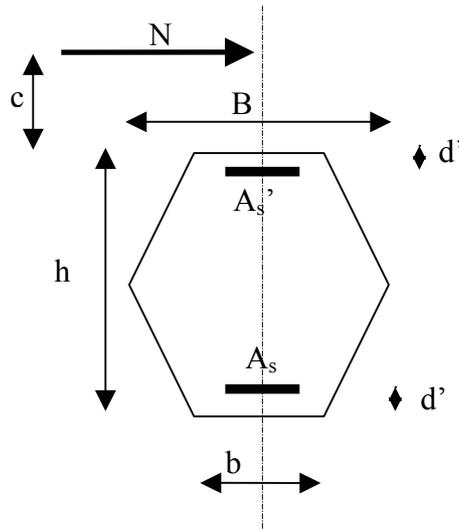


Università degli Studi di Salerno – Facoltà di Ingegneria
Corso di Tecnica delle Costruzioni I – Nuovo Ordinamento
1^a Prova intercorso
Anno accademico 2004-2005
Prova scritta - 24/02/2005

Esercizio n. 1 (Punti 8)

Con riferimento alla sezione trapezia rappresentata nella figura sottostante, si effettui la verifica a presso-flessione secondo il metodo delle tensioni ammissibili.

$b = 30$ cm;
 $B = 40 + 2M$ [cm];
 $h = 60 + C - N$ [cm];
 $d' = 3$ cm;
 $A_s = 18,84$ cm²;
 $A_s' = 18,84$ cm²;
 $N = 200 - 10M$ [kN];
 $c = 2M + 5$ [cm];



Calcestruzzo

$R_{ck} = 25.0$ MPa

Acciaio

FeB38k

N.B.: in questo esercizio e nei seguenti si indica con N ed C il numero di lettere che costituiscono rispettivamente il nome e cognome del candidato. M è l'ultima cifra del numero di matricola.

Esercizio n. 2 (Punti 8)

Con riferimento alla trave rappresentata in figura si progetti l'armatura trasversale effettuando la verifica a taglio secondo il metodo delle tensioni ammissibili.

Si assumano i seguenti valori numerici per le grandezze non assegnate nella figura:

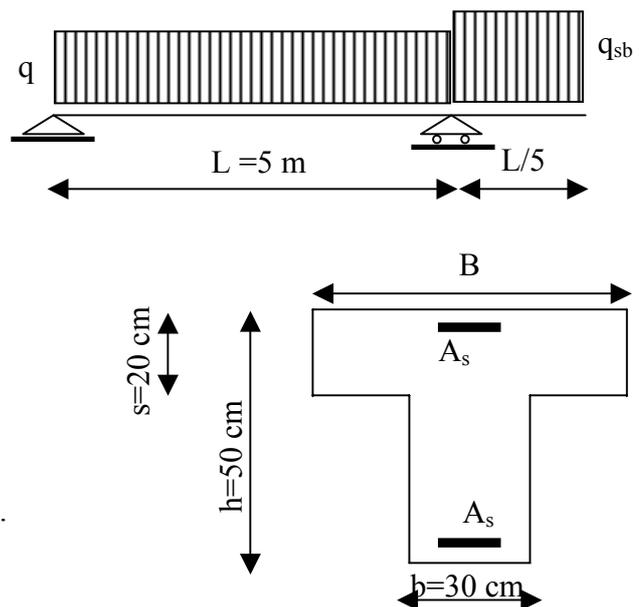
$A_s = 18,84$ cm²;
 $B = 30 + M + N$ [cm]

$d' = 3$ cm;

$q = 20.0 + C + M$ [kN/m];

$q_{sb} = 30.0 + N + M$ [kN/m];

I materiali sono gli stessi dell'esercizio precedente.



Esercizio n. 3 (Punti 8)

Con riferimento alla trave rappresentata nella figura si progetti l'armatura a longitudinale e si conduca la verifica a pressoflessione allo Stato Limite Ultimo. Si assumano i seguenti valori numerici per i carichi:

$$g_k = 10.0 + 3 C - M \quad [\text{kN/m}]$$

$$q_k = 15.0 + 3 N - M \quad [\text{kN/m}]$$

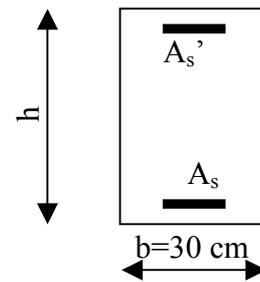
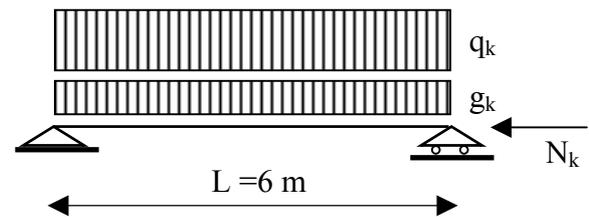
$$N_k = 100 + 30 N - 10 M \quad [\text{kN}]$$

Si assuma, inoltre:

$$h = 60 + M \quad [\text{cm}]$$

Per i materiali si faccia riferimento a quelli introdotti nell'esercizio n.1.

Si determini altresì il valore limite del carico q_k rispetto alla verifica allo SLU per tensioni normali.



~~Esercizio n. 4 (Punti 6)~~

~~Con riferimento alla trave dell'esercizio precedente si effettui la verifica allo Stato Limite di Fessurazione (Stati Limite di Decompressione e di Formazione delle fessure).~~

Esercizio n.1

Si adottano i seguenti valori numerici delle grandezze richiamate nella traccia

b=	300	mm	B=	500	mm	h=	600	mm
d'=	30	mm	A _s =	1884	mm	A _s '=	1884	mm
N=	100	kN	c=	250	mm			
R _{ck} =	25	MPa	f _{sk} =	375	MPa	n=	15	

Ricerca dell'asse neutro

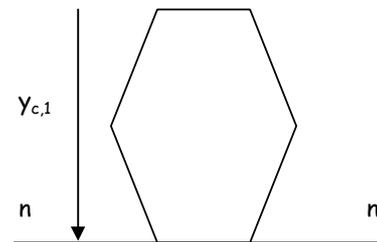
La ricerca dell'asse neutro (la cui posizione è data dalla distanza y_c rispetto al lembo compresso) viene effettuata risolvendo la seguente equazione:

$$F(y_c) = S_n(y_c) \cdot (y_c + c) - I_n(y_c) = 0 \tag{1}$$

A causa della natura del problema e della particolare forma della sezione considerato l'equazione (1) è di 4° grado. Per questa ragione la soluzione di tale equazione deve essere ricercata utilizzando un metodo numerico di soluzione; si è dimostrato nel corso di teoria che la (1) è dotata di derivate prima e seconda strettamente positive nell'intervallo [0,h]. Per questa ragione si può adottare il metodo della tangente nella ricerca della sua soluzione.

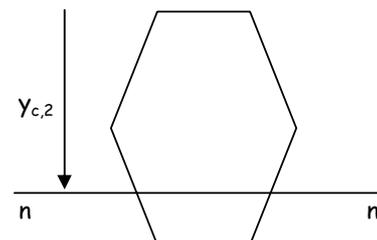
1ª iterazione

y _{c,1} =	600	mm	b*(y _{c,1})=	300	mm
A _r (y _{c,1})=	296520	mm ²			
S _n (y _{c,1})=	88956000	mm ³			
I _n (y _{c,1})=	29307108000	mm ⁴			
F(y _{c,1})=	46305492000	mm ⁴			
F'(y _{c,1})=	163086000	mm ³			
Δy _{c,1} =	283.93	mm			



2ª iterazione

y _{c,2} =	316.07	mm	b*(y _{c,2})=	489.289	mm
A _r (y _{c,2})=	182946.8128	mm ²			
S _n (y _{c,2})=	19391624.05	mm ³			
I _n (y _{c,2})=	6444319516	mm ⁴			



$$F(y_{c,2}) = 4532639559 \text{ mm}^4$$

$$F'(y_{c,2}) = 84168535.33 \text{ mm}^3$$

$$F''(y_{c,2}) = 182946.8128 \text{ mm}^2$$

$$\Delta y_{c,2} = 53.85 \text{ mm}$$

3ª iterazione

$$y_{c,3} = 262.22 \text{ mm}$$

$$b^*(y_{c,2}) = 474.81 \text{ mm}$$

$$A_r(y_{c,3}) = 158103 \text{ mm}^2$$

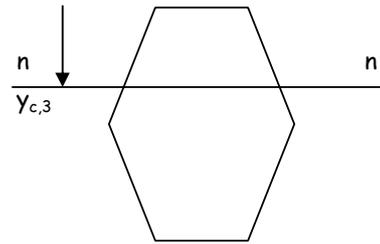
$$S_n(y_{c,3}) = 11009002 \text{ mm}^3$$

$$I_n(y_{c,3}) = 4547055354 \text{ mm}^4$$

$$F(y_{c,3}) = 1091921661 \text{ mm}^4$$

$$F'(y_{c,3}) = 69973966 \text{ mm}^3$$

$$\Delta y_{c,3} = 15.60 \text{ mm}$$



4ª iterazione

$$y_{c,4} = 246.61 \text{ mm}$$

$$b^*(y_{c,2}) = 464.407 \text{ mm}$$

$$A_r(y_{c,4}) = 150775 \text{ mm}^2$$

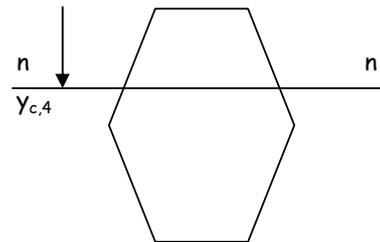
$$S_n(y_{c,4}) = 8935428 \text{ mm}^3$$

$$I_n(y_{c,4}) = 4236143629 \text{ mm}^4$$

$$F(y_{c,4}) = 201282917 \text{ mm}^4$$

$$F'(y_{c,4}) = 65941179 \text{ mm}^3$$

$$\Delta y_{c,4} = 3.05 \text{ mm}$$



5ª iterazione

$$y_{c,5} = 243.56 \text{ mm}$$

$$b^*(y_{c,2}) = 462.372 \text{ mm}$$



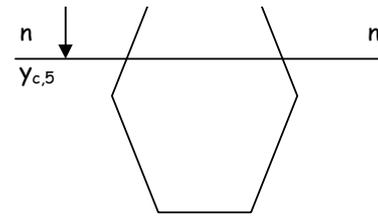
$$A_r(y_{c,5}) = 149361 \text{ mm}^2$$

$$S_n(y_{c,5}) = 8538359 \text{ mm}^3$$

$$I_n(y_{c,5}) = 4182829623 \text{ mm}^4$$

$$F(y_{c,5}) = 31345331 \text{ mm}^4$$

$$F'(y_{c,5}) = 65179885 \text{ mm}^3$$



$$\Delta y_{c,5} = 0.48 \text{ mm}$$

6^a iterazione

$$y_{c,6} = 243.08 \text{ mm} \quad b^*(y_{c,2}) = 462.051 \text{ mm}$$

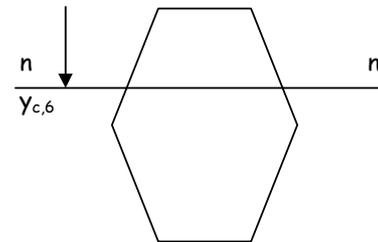
$$A_r(y_{c,6}) = 149139 \text{ mm}^2$$

$$S_n(y_{c,6}) = 8476057 \text{ mm}^3$$

$$I_n(y_{c,6}) = 4174650826 \text{ mm}^4$$

$$F(y_{c,6}) = 4698371 \text{ mm}^4$$

$$F'(y_{c,6}) = 65060757 \text{ mm}^3$$



$$\Delta y_{c,6} = 0.07 \text{ mm}$$

Le iterazioni possono interrompersi a quella precedente poiché risulta

$$\Delta y_{c,6}/h = 0.00012 < 0.001$$

E dunque si assumerà

$$y_c = 243.00 \text{ mm}$$

ed i seguenti valori delle grandezze geometriche necessarie per la verifica a pressoflessione della sezione in oggetto

$$S_n(y_c) = 8466995 \text{ mm}^3$$

$$I_n(y_c) = 4173465323 \text{ mm}^4$$

In definitiva, allora,

$$\sigma_c = \frac{N}{S_n} \cdot y_c = 2.87 \text{ MPa} < \sigma_{c,amm} = 8.50 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = n \cdot \frac{N}{S_n} \cdot (d - y_c) = 57.93 \text{ MPa} < \sigma_{s,amm} = 215.00 \text{ MPa}$$

Pertanto la verifica a presso-flessione alle T.A. è soddisfatta.

NOTE & QUESITI

- in uno svolgimento manuale, le iterazioni si sarebbero arrestate alla quinta, ovvero si sarebbe ammessa una soglia di errore $\Delta=0.01$;

- si determini il valore ammissibile del momento M che può essere considerato sulla sezione in oggetto, facendo in modo che non siano superate le tensioni ammissibili nei materiali.

Esercizio n.2

Con riferimento alla trave rappresentata in figura si progetti l'armatura trasversale effettuando la verifica a taglio secondo il metodo delle tensioni ammissibili.

Si assumano i seguenti valori numerici per le grandezze non assegnate nella figura:

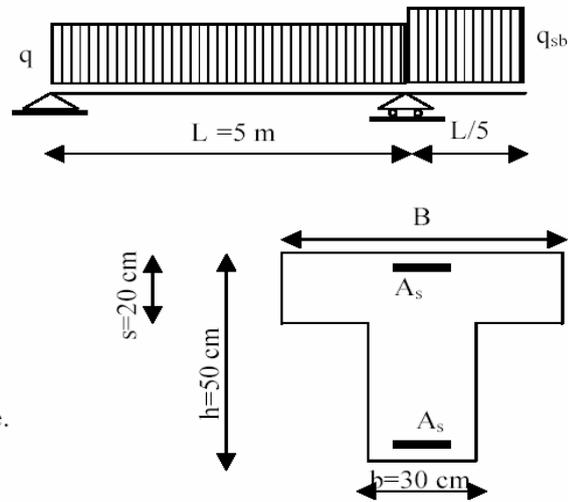
$A_s = 18,84 \text{ cm}^2;$
 $B = 30 + M + N \text{ [cm]}$

$d' = 3 \text{ cm};$

$q = 20.0 + C + M \text{ [kN/m]};$

$q_{sb} = 30.0 + N + M \text{ [kN/m]};$

I materiali sono gli stessi dell'esercizio precedente.



Nella risoluzione numerica dell'esercizio si assumono i seguenti valori dei parametri geometrici e meccanici:

$b = 300 \text{ mm}$	$B = 500 \text{ mm}$	$h = 500 \text{ mm}$
$L = 5000 \text{ mm}$	$L_{sb} = 1000 \text{ mm}$	$s = 200 \text{ mm}$
$d' = 30 \text{ mm}$	$q = 40 \text{ kN/m}$	$q_{sb} = 50 \text{ kN/m}$
$R_{ck} = 25 \text{ MPa}$	$f_{sk} = 375 \text{ MPa}$	$n = 15$
$\sigma_{c,amm} = 8.50 \text{ MPa}$	$\sigma_{s,amm} = 215.00 \text{ MPa}$	

Analisi delle sollecitazioni

Si determinano nel seguito le reazioni vincolari al fine di costruire i iagrammi del taglio e del momento.

$$V_A = \frac{qL}{2} - \frac{q_{sb}L_{sb}^2}{2 \cdot L} = \frac{40 \cdot 5}{2} - \frac{50 \cdot 1^2}{2 \cdot 5} = 95.00 \text{ kN}$$

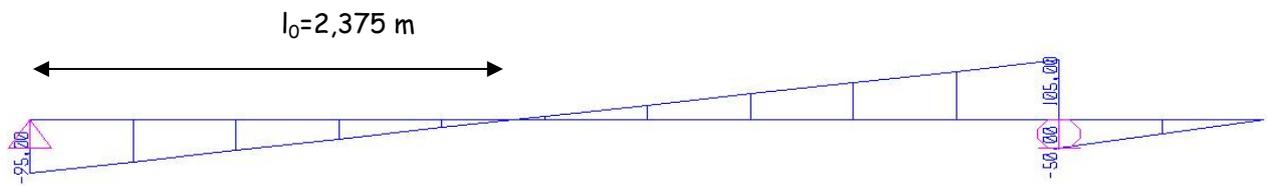
$$V_B = -\left(\frac{qL}{2} + \frac{q_{sb}L_{sb}^2}{2 \cdot L} + q_{sb}L_{sb}\right) = -\left(\frac{40 \cdot 5}{2} + \frac{50 \cdot 1^2}{2 \cdot 5} + 50 \cdot 1\right) = -155 \text{ kN}$$

$$I_0 = 2375 \text{ mm}^4$$

I diagrammi del taglio e del momento flettente sono riportati nel seguito mettendo in evidenza

i valori massimi attinti dalle due caratteristiche della sollecitazione nelle sezioni significative:

Taglio:



- Momento:



Progetto dell'armatura a flessione

Si progetta l'armatura nelle due sezioni di momento massimo (in valore assoluto) tramite il cosiddetto metodo tabellare (cfr. Faella vol. 1A).

- Campata AB

$$M_{AB} = 112.5 \text{ kNm}$$

$$\rho = 0.00$$

$$r = \frac{d}{\sqrt{M/b}} = \frac{47}{\sqrt{1125000/50}} = 0.313 \quad \rightarrow$$

$$\zeta = 0.896$$

$$A_{s,\min}^{(AB)} = \frac{M_{AB}}{\zeta \cdot d \cdot \bar{\sigma}_s} = \frac{112500000}{0.896 \cdot 470 \cdot 215} = 1243 \text{ mm}^2$$

$$\rightarrow 4 \phi 20$$

$$A_s = 1256 \text{ mm}^2$$

- Appoggio B

$$M_B = 25 \text{ kNm}$$

$$\rho = 0.00$$

$$r = \frac{d}{\sqrt{M/b}} = \frac{47}{\sqrt{250000/30}} = 0.515 \quad \rightarrow$$

$$\zeta = 0.933$$

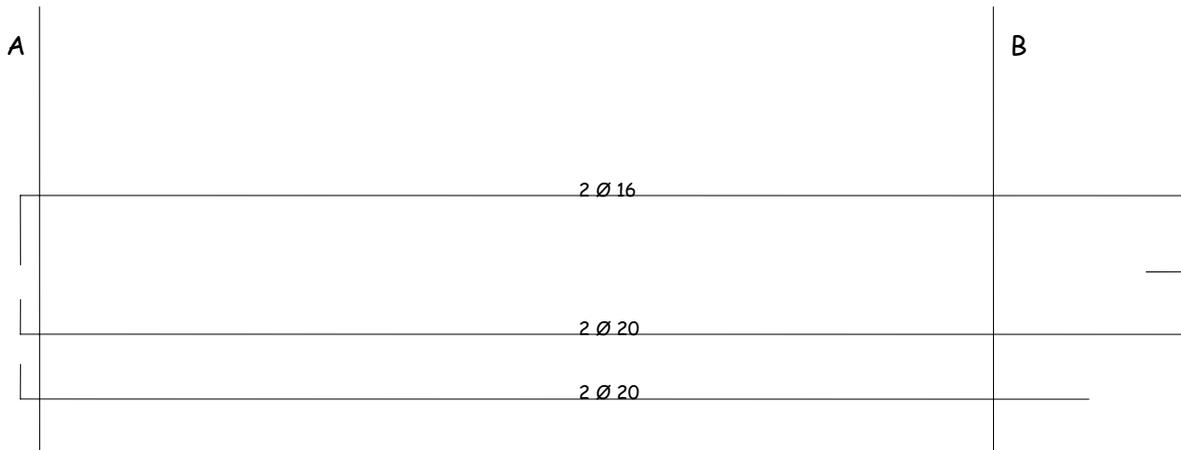
$$A_{s,\min}^{(B)} = \frac{M_{AB}}{\zeta \cdot d \cdot \bar{\sigma}_s} = \frac{25000}{0.933 \cdot 470 \cdot 215} = 265 \text{ mm}^2$$

-> armatura

2 ϕ 16

$A_s = 402 \text{ mm}^2$

Una possibile distinta delle armature longitudinali è dunque rappresentata schematicamente:



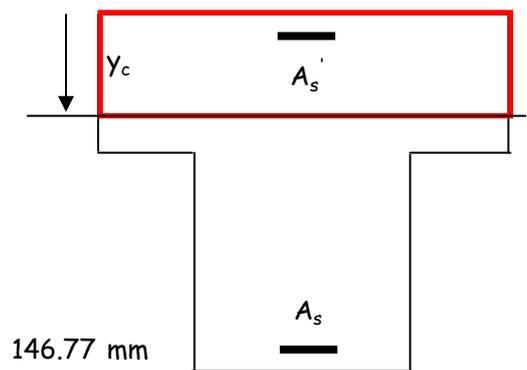
Progetto dell'armatura a taglio

- Appoggio A

Si determina la posizione dell'asse neutro ipotizzando che sia interno all'ala ed utilizzando, dunque, la formula relativa alle sezioni rettangolari in doppia armatura:

$$y_c = \frac{n \cdot (A_s + A'_s)}{B} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2B \cdot (A_s d + A'_s d')}{n \cdot (A_s + A'_s)^2}} \right] =$$

$$= \frac{15 \cdot (1256 + 402)}{500} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{1000 \cdot (1256 \cdot 470 + 402 \cdot 30)}{15 \cdot (1256 + 402)^2}} \right] =$$



Di conseguenza si valuta il momento d'inerzia baricentrico I_n :

$$I_n = \frac{B y_c^3}{3} + n \cdot [A_s \cdot (d - y_c)^2 + A'_s \cdot (y_c - d')^2] = 2577518409 \text{ mm}^4$$

L'andamento delle tensioni tangenziali dovute al taglio TA si può determinare con l'ausilio della formula di Jourawsky:

$$\tau(y) = \frac{T \cdot S'(y)}{b(y) \cdot I_n}$$

La dipendenza da y (distanza tra corda generica e lembo compresso della sezione) si esplicita come segue nei vari intervalli riportati nel seguito:

- $0 < y < d'$

$$S'(y) = B \cdot y \cdot \left(y_c - \frac{y}{2} \right) \qquad b(y) = B$$

$$S'(y) = B \cdot y \cdot \left(y_c - \frac{y}{2} \right) \quad b(y) = B$$

- $d' < y < y_c$

$$S'(y) = B \cdot y \cdot \left(y_c - \frac{y}{2} \right) + nA_s'(y_c - d') \quad b(y) = B$$

- $y_c < y < s$

$$S'(y) = B \cdot \frac{y_c^2}{2} + nA_s'(y_c - d') \quad b(y) = B$$

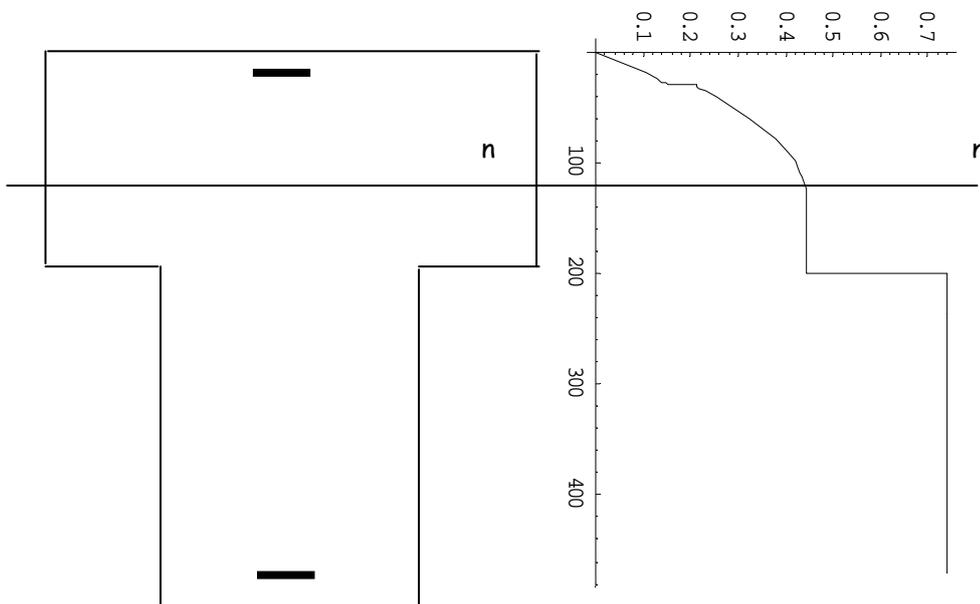
- $s < y < h-d'$

$$S'(y) = B \cdot \frac{y_c^2}{2} + nA_s'(y_c - d') \quad b(y) = b$$

- $h-d' < y < h$

$$S'(y) = 0 \quad b(y) = b$$

Il diagramma delle tensioni tangenziali lungo la sezione è rappresentato nel seguito



e risulta

$$\tau_{\max} = 0.748 \text{ MPa}$$

Si sarebbe potuto procedere in maniera semplificata e calcolare il valore massimo delle tensioni tangenziali utilizzando la seguente formula approssimata:

$$\tau_{\max, A} = \frac{T_A}{0,9bd} = \frac{95000}{0,9 \cdot 300 \cdot 470} = 0.749 \text{ MPa}$$

Si osserva, infatti, che applicando questa seconda formula l'errore non supera l'unità percentuale. Il valore massimo della tensione va confrontato con i due valori di riferimento della tensione tangenziale, riportati nel seguito:

$$\tau_{c0} = 0.533 \text{ MPa}$$

$$\tau_{c1} = 1.686 \text{ MPa}$$

Risulta $\tau_{c0} < \tau_{\max} < \tau_{c1}$ e, dunque, bisogna procedere a dimensionare una opportuna armatura a taglio. Bisogna, dapprima valutare l'ampiezza Δz_A dell'intorno dell'appoggio A per il quale risulta $\tau > \tau_{c0}$:

$$\frac{\Delta z_A}{\tau_{\max, A} - \tau_{c0}} = \frac{l_0}{\tau_{\max, A}} \Rightarrow \Delta z_A = \frac{\tau_{\max, A} - \tau_{c0}}{\tau_{\max, A}} \cdot l_0 = 683$$

Per questo tratto si può determinare il numero di staffe ($\phi 8$ a due bracci):

$$n_{st} = \frac{\tau_{\max A} \cdot b \cdot \Delta z_A}{n_{br} \cdot \omega_{st} \cdot \bar{\sigma}_s} = \frac{0.749 \cdot 300 \cdot 683}{2 \cdot 50 \cdot 215} = 7.13$$

da cui si desume un passo p_{st} :

$$p_{st} = 95.73 \text{ mm}$$

che viene assunto pari a 8 cm per una distanza pari a 72 cm dall'appoggio.

- Appoggio B

Nella sezione alla sinistra dell'appoggio B si ha un taglio

$$T_{B(-)} = 105 \text{ kN}$$

da cui, con riferiemnto esclusivo alla formula semplificata, si valuta la massima tensione tangenziale:

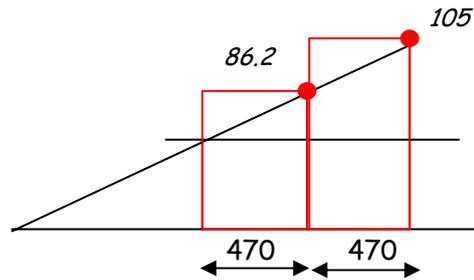
$$\tau_{\max, B(-)} = 0.83 \text{ MPa}$$

Anche in questo caso risulta $\tau_{c0} < \tau_{\max} < \tau_{c1}$ e, dunque, bisogna calcolare l'armatura a taglio lungo una distanza Δz_B dall'appoggio, con:

$$\frac{\Delta z_B}{\tau_{\max, B(-)} - \tau_{c0}} = \frac{L - l_0}{\tau_{\max, B(-)}} \Rightarrow \Delta z_B = 933 \text{ mm}$$

Si decide di considerare due tratti di lunghezza pari a $d=470$ mm in modo da poter

disporre staffe più fitte nel tratto di taglio maggiore.



Nel primo tratto si ha un valore massimo della t pari a:

$$\tau_{\max,B,1} = 0.83 \text{ MPa}$$

e dunque è possibile calcolarsi lo scorrimento:

$$S_{B,1} = 116667 \text{ N}$$

da cui deriva il seguente numero di staffe:

$$n_{st,1} = 5.43$$

ed il passo:

$$p_{st,1} = 86.61 \text{ mm}$$

che può essere approssimato a 8 cm.

Nel secondo tratto il taglio massimo vale:

$$T_{B,2}^{(-)} = 86.2 \text{ kN}$$

da cui:

$$\tau_{\max,B,2} = 0.68 \text{ MPa}$$

e dunque è possibile calcolarsi lo scorrimento:

$$S_{B,2} = 95777.8 \text{ N}$$

da cui deriva il seguente numero di staffe:

$$n_{st,2} = 4.45$$

ed il passo:

$$p_{st,2} = 105.50 \text{ mm}$$

che può essere approssimato a 10 cm.

Nella sezione alla destra dell'appoggio B si ha un taglio

$$T_{B(+)} = 50 \text{ kN}$$

da cui una tensione tangenziale massima

$$\tau_{\max, B(+)} = 0.39 \text{ MPa}$$

che risulta inferiore a τ_{co} e, dunque, non richiede armature specifiche.

Per i tratti lungo i quali si ha $\tau < \tau_{co}$ è necessario disporre armature per soddisfare i requisiti minimi imposti dalla norma (DM 9/1/96) ed elencati nel seguito (Faella Vol1A, pag 214):

$$n_{st} \geq 3 / m$$

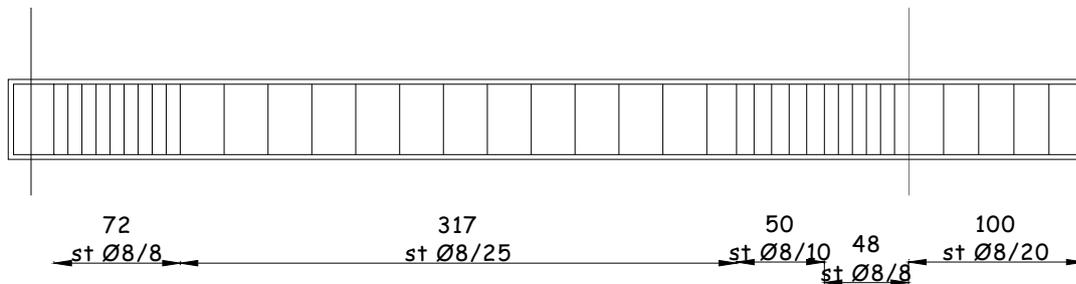
$$A_{st} \geq 3.705 \text{ cm}^2$$

$$p_{st} \leq 37.6 \text{ cm}$$

Inoltre per una distanza dall'appoggio pari all'altezza della trave deve sempre risultare:

$$p_{st} \leq 24 \text{ cm}$$

In definitiva la distanza delle armature a taglio può essere rappresentata come segue:



NOTE & QUESITI

- anche se la traccia non lo prevedeva esplicitamente, si è ritenuto di procedere al progetto dell'armatura a flessione al fine di poter calcolare (almeno nell'intorno dello appoggio A) l'andamento delle tensioni tangenziali secondo la teoria di Jourawsky. In questo modo è stato possibile constatare che la formula approssimata fornisce risultati sufficientemente precisi per la valutazione della τ_{\max} in sezioni rettangolari o riconducibili alla tipologia rettangolare;

- la distinta delle armature è da ritenersi soltanto simbolica non avendo tenuto conto della presenza di pilastri in corrispondenza degli appoggi, sui quali l'armatura

trasversale deve interrompersi per ragioni di natura pratica.

- si provi a costruire anche nella sezione B il diagramma delle tensioni tangenziali secondo la formula di Jourawsky.

Esercizio n.3

Con riferimento alla trave rappresentata nella figura si progetti l'armatura longitudinale e si conduca la verifica a pressoflessione allo Stato Limite Ultimo. Si assumano i seguenti valori numerici per i carichi:

$$g_k = 10.0 + 3 C - M \text{ [kN/m]}$$

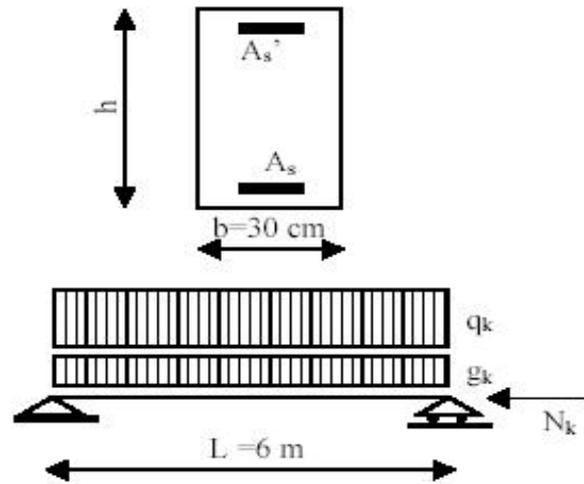
$$q_k = 15.0 + 3 N - M \text{ [kN/m]}$$

$$N_k = 100 + 30 N - 10 M \text{ [kN]}$$

Si assuma, inoltre:

$$h = 60 + M \text{ [cm]}$$

Per i materiali si faccia riferimento a quelli introdotti nell'esercizio n.1.
Si determini altresì il valore limite del carico q_k rispetto alla verifica allo SLU per tensioni normali.



Nella risoluzione numerica dell'esercizio si assumono i seguenti valori dei parametri geometrici e meccanici:

$b =$	300	mm	$h =$	600	mm	$L =$	6000	mm
$d' =$	30	mm	$g_k =$	30	kN/m	$q_k =$	40	kN/m
$R_{ck} =$	25	MPa	$f_{sk} =$	375	MPa	$N_k =$	200	kN

PROGETTO

Per le resistenze dei materiali si determinano i seguenti valori di progetto:

$$f_{cd}' = 11.0 \text{ MPa} \qquad f_{sd} = 326.1 \text{ MPa}$$

Il momento sollecitante si determina con riferimento al carico di progetto allo S.L.U.:

$$q_d = 102 \text{ kN/m}$$

da cui

$$M_{sd} = 459.00 \text{ kNm}$$

In forma adimensionale si ha:

$$\mu_{sd} = 0.386$$

Risulta, inoltre:

$$N_{Sd} = 300.00 \quad \text{kN}$$

L'equazione di equilibrio alla rotazione scritta in forma adimensionale (Faella Vol1B, pag. 58) e riferita al baricentro dell'armatura tesa, si presenta come segue:

$$\mu_c(\xi) + \mu_s' = \frac{M_{Sd} + N_{Sd} \cdot (h/2 - d')}{bh^2 f_{cd}'} \quad (1)$$

Volendo procedere senza imporre l'ulteriore vincolo di progetto che consiste nell'uguaglianza tra armatura tesa A_s e compressa A_s' , si utilizza la (1) per determinare l'eventuale necessità di armatura in zona compressa, sulla base di una scelta dell'asse neutro adimensionalizzato ξ . In particolare, benchè si tratti di un caso di pressoflessione, si vuole garantire un comportamento duttile della sezione e, dunque, si impone il seguente valore all'asse neutro adimensionale:

$$\xi = 0.30$$

dal quale risulta:

$$\mu_c(\xi) = \psi \xi \cdot (1 - \delta - \lambda \xi) = 0.8 \cdot 0.25 \cdot \left(1 - \frac{3}{60} - 0.4 \cdot 0.25 \right) = 0.199$$

da cui

$$\mu_s' = \frac{M_{Sd} + N_{Sd} \cdot (h/2 - d')}{bh^2 f_{cd}'} - \mu_c = 0.186$$

Pertanto, risulta:

$$\omega' = \frac{\mu_s'}{1 - 2\delta} = \frac{0.216}{1 - 2 \cdot 0.05} = 0.23293 \quad \rightarrow \quad A_s' = 1417.35 \text{ mm}^2$$

Si prevede, dunque, di disporre 5 ϕ 20, cui corrisponde un valore di

$$\omega_s' = 0.233$$

Dall'equazione di equilibrio alla traslazione può essere ottenuta, quindi, l'armatura tesa:

$$\psi \xi + \omega_s' - \omega_s = v = \frac{N_{Sd}}{bh f_{cd}'} = 0.151$$

da cui

$$\omega_s = 0.322$$

e, dunque,

$$A_s = 1957.74 \text{ mm}^2$$

Pertanto si dispongono 7 ϕ 20.

VERIFICA

Essendo la sezione larga 30 cm, non è possibile disporre 7 barre in un unico registro. Si rende necessario disporre le armature come rappresentato nella figura.

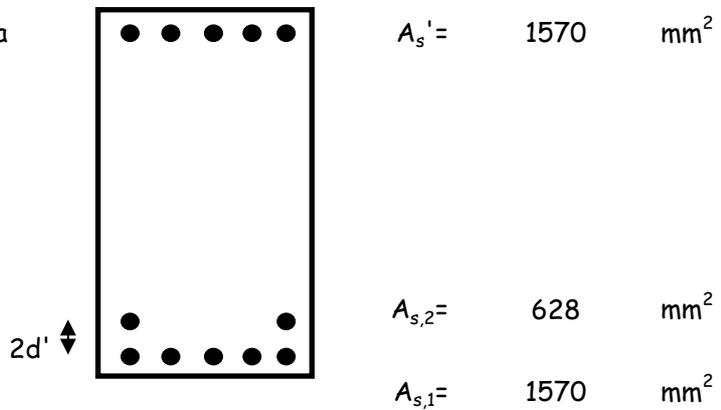
In primo luogo si cerca la posizione dell'asse neutro risolvendo l'equazione di equilibrio alla traslazione.

Si ipotizza che tutte le armature siano in campo plastico e, dunque, si determina l'asse neutro come segue:

$$0.8by_c f_{cd}' + A_s' f_{sd} - A_{s,1} f_{sd} + A_{s,2} f_{sd} = N_{Sd}$$

da cui

$$y_c = 190.80 \text{ mm}$$



A questo punto bisogna verificare l'esattezza dell'ipotesi formulata in merito allo stato di tensione delle armature.

Poiché risulta:

$$y_{2,3} = 147.63 \text{ mm}$$

e

$$y_{3,4} = 394.83 \text{ mm}$$

Si può asserire quanto segue:

- l'asse neutro è posto in zona 3 (Faella Vol. 1B);
- la deformazione ultima è raggiunta nel calcestruzzo compresso ($\epsilon_{cu} = 0.0035$);
- i livelli più esterni di armatura ($A_{s,1}$ e A_s') risultano snervati.

Per verificare la bontà delle ipotesi assunte nel calcolo dell'asse neutro, però, è necessario verificare che anche il livello di armature intermedio $A_{s,2}$ sia sollecitato in campo plastico. Per farlo bisogna valutare la deformazione $\epsilon_{s,2}$ al livello di tali armature:

$$\frac{\epsilon_{s,2}}{h - d' - 2d' - y_c} = \frac{\epsilon_{c,u}}{y_c} \Rightarrow \epsilon_{s,2} = \frac{h - d' - 2d' - y_c}{y_c} \cdot \epsilon_{c,u} = 0.00586$$

Poiché la deformazione al limite di snervamento vale:

$$\varepsilon_{sy} = \frac{f_{sd}}{E_s} = 0.00155$$

l'armatura $A_{s,2}$ risulta sollecitata in campo plastico.

In definitiva, le ipotesi poste alla base del calcolo dell'asse neutro sono verificate a posteriori sulla base del risultato ottenuto.

Si passa, dunque, a calcolare il momento ultimo della sezione:

$$M_{Rd} = \psi b y_c f_{cd} \left(\frac{h}{2} - \lambda y_c \right) + A'_s \cdot f_{sd} \cdot \left(\frac{h}{2} - d' \right) + A_{s,1} \cdot f_{sd} \cdot \left(\frac{h}{2} - d' \right) + A_{s,2} \cdot f_{sd} \cdot \left(\frac{h}{2} - 3d' \right) = 468.67 \quad \text{kNm}$$

Pertanto la sezione risulta verificata a pressoflessione.

NOTE & QUESITI

- sebbene si tratti di un caso di pressoflessione, si è ritenuto di imporre come requisiti di progetto la condizione $\xi=0.30$ che assicura una curvatura ultima sensibilmente maggiore di quella al limite di snervamento conferendo alla sezione un comportamento duttile. Non si è ritenuto di imporre $\xi=0.25$ o valori inferiori, poiché (in questo caso di pressoflessione) ci sarebbe stata una notevole necessità di disporre armatura in zona compressa;

- si riprogetti la sezione imponendo uno sforzo normale N pari alla decima parte di N_{Sd} ;

- si riprogetti la sezione imponendo che essa abbia armatura simmetrica (in questo caso non è possibile imporre un valore di ξ che risulta determinato dall'equazione di equilibrio alla traslazione $\xi=v/\psi$)

- si effettui la verifica della sezione (si assuma la sezione progettata nell'esercizio svolto) senza considerare l'amplificazione dell'azione assiale ($N_{Sd}=N_k$). La sezione risulta ancora verificata? Si motivi la risposta a questa domanda.

- sempre con riferimento alla condizione $N_{Sd}=N_k$, si determini il valore massimo del q_k che può essere portato dalla trave con riferimento alla condizione di Stato Limite per Tensioni Normali della sua sezione trasversale.